

TD 2 : Courbes, plans, surfaces, etc.

Ce TD se propose d'étudier quelques surfaces avec Maple. On y présente le calcul de plans tangents, de droites appartenant à une surface, ou d'intersection de surfaces.

Entre parenthèses, en Courier, à la fin des questions, on trouvera des commandes Maple utiles pour répondre à chaque question.

N'oubliez pas de faire `restart` entre chaque exercice et d'utiliser `with(plots)` : avant d'utiliser les fonctions de tracé avancées.

Ex 1 : Plans tangents à un ellipsoïde

Soit la surface S définie par : $x^2 + y^2 + 2z^2 = 1$.

- On cherche à tracer cette surface. Dans quel système de coordonnées est-il le plus facile de former une représentation paramétrique de cette surface ? La tracer. (`plot3d` avec l'option `coords=`)
- Essayer d'améliorer le résultat précédent en fixant certains paramètres de `plot3d` :
`view=[-2..2,-2..2,-2..2]`, `scaling=constrained`, `axes=boxed`,
`style=patchcontour`, `grid=[51,51]`
- Rajouter au graphique précédent, le tracé de la droite D d'équation : $x = \frac{y}{3} = -\frac{z}{2}$ (`spacecurve`,
`display`)
- Déterminer les plans tangents à la surface S perpendiculaires à la droite D .
- Les tracer. (`plot3d`)

Ex 2 : Droites tracées sur une surface définie implicitement

Soit la surface S définie par $xy + yz + zx + xyz = 0$.

- Tracer cette surface pour x , y et z compris entre -2 et 2 (`implicitplot3d`). S'arranger pour clarifier au maximum le graphique (`style=patchnogrid`, `axes=boxed`, `shading=ZGREYSCALE`).
- Déterminer toutes les droites tracées sur S . Pour cela, dans un système d'équations cartésiennes d'une droite, exprimer deux des trois coordonnées en fonction de la troisième et reporter dans l'équation de S . Attention : procéder méthodiquement pour ne pas oublier de cas. (`coeffs`, `solve`)
- Les tracer. (`spacecurve`)

Ex 3 : Intersection de deux surfaces

Soit les surfaces S_1 et S_2 définies respectivement par :

$$S_1 : y^2(x^2 + z^2) = x^2(b^2 + c^2) + z^2(c^2 - a^2)$$

$$S_2 : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{c^2} - \frac{z^2}{b^2} = 1$$

- Tracer les deux surfaces et les afficher simultanément. On prendra par exemple : $a = 0.5$, $b = 2$ et $c = 1$. (`implicitplot3d`)
- Déterminer leur intersection. On pourra par exemple isoler y^2 dans l'équation de S_1 et reporter sa valeur dans l'équation de S_2 puis factoriser le résultat.
- Tracer cette intersection. On pourra améliorer la lisibilité en effectuant une coupe du tracé des deux surfaces.

Ex 4 : Orthoptique d'une astroïde

Soit C la courbe de représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = \cos^3(t) \\ y = \sin^3(t) \end{cases}$$

- Tracer C (c'est une astroïde). (`plot`)
- Tracer l'orthoptique de C , c'est à dire l'ensemble des points d'où l'on peut mener au moins deux tangentes à C orthogonales.